

FRANCESCO MATARRESE

Images et documents

Immagini e documenti

Images and documents

Imàgenes y documentos

FRANCESCO MATARRESE

Images
Immagini
Imàgenes

1. *Interno della mostra personale presso la Galleria Centrosei (Teatro Petruzzelli), Bari 1972.*

2. *«Arte in principio seguente», 1972, quattro targhette in metallo.*

3. *Testo-lettura, 1972, telex su carta.*

4. *Merz-Matarrese, ciclostilato in occasione della mostra di Mario Merz all'»ADA-AKTION DER AVANTGARDE BERLIN», 1973.*

5. *«E' una contraddizione che un corpo con eguale costanza si avvicini e si allontani da un altro. L'ellisse in quanto estensione dialettica è una delle forme del moto che realizza e risolve questa contraddizione», 1973. Rappresentazione grafica di calcolatore su carta.*

6. *Interno della mostra «Sulla contraddizione» presso la Galleria Toselli di Milano, 1974, (foto Giorgio Colombo).*

7. *Cartoncino d'invito mostra personale «Sulla contraddizione» presso la galleria Toselli di Milano, 1974.*

8 - 9. *«Un sottile cerchio in acciaio, posto in rotazione, si schiaccia assumendo la forma di un ellisse. Il centro del cerchio, con il movimento, si divide nei due fuochi dell'ellisse, con il movimento l'uno si divide in due. Un punto si è diviso in due», 1975. Macchina.*

10. *Karl Marx, Manoscritti matematici, 1975 (frontespizio).*

11. *«Dov'è l'arte moderna?», 1976, carboncino su tela (foto di Giorgio Colombo durante l'esposizione della mostra «Arte in Italia 1960-1977», Galleria civica d'arte moderna di Torino), 1977.*

12. *«MODERNA», dal Catalogo «Die Internazio-*

nale Kunstmesse», Basel 1977, p.315.

13. *Comunicazione a Galleria Antiquaria romana di rifiuto (rifiuto del lavoro astratto in arte), 1978, telegramma.*

14. *Da «Arte e pratica politica», Parma 1979.*

15. *«Sciopero totale», intervista con Lisa Licitra Ponti in Domus, agosto 1978, p 46.*

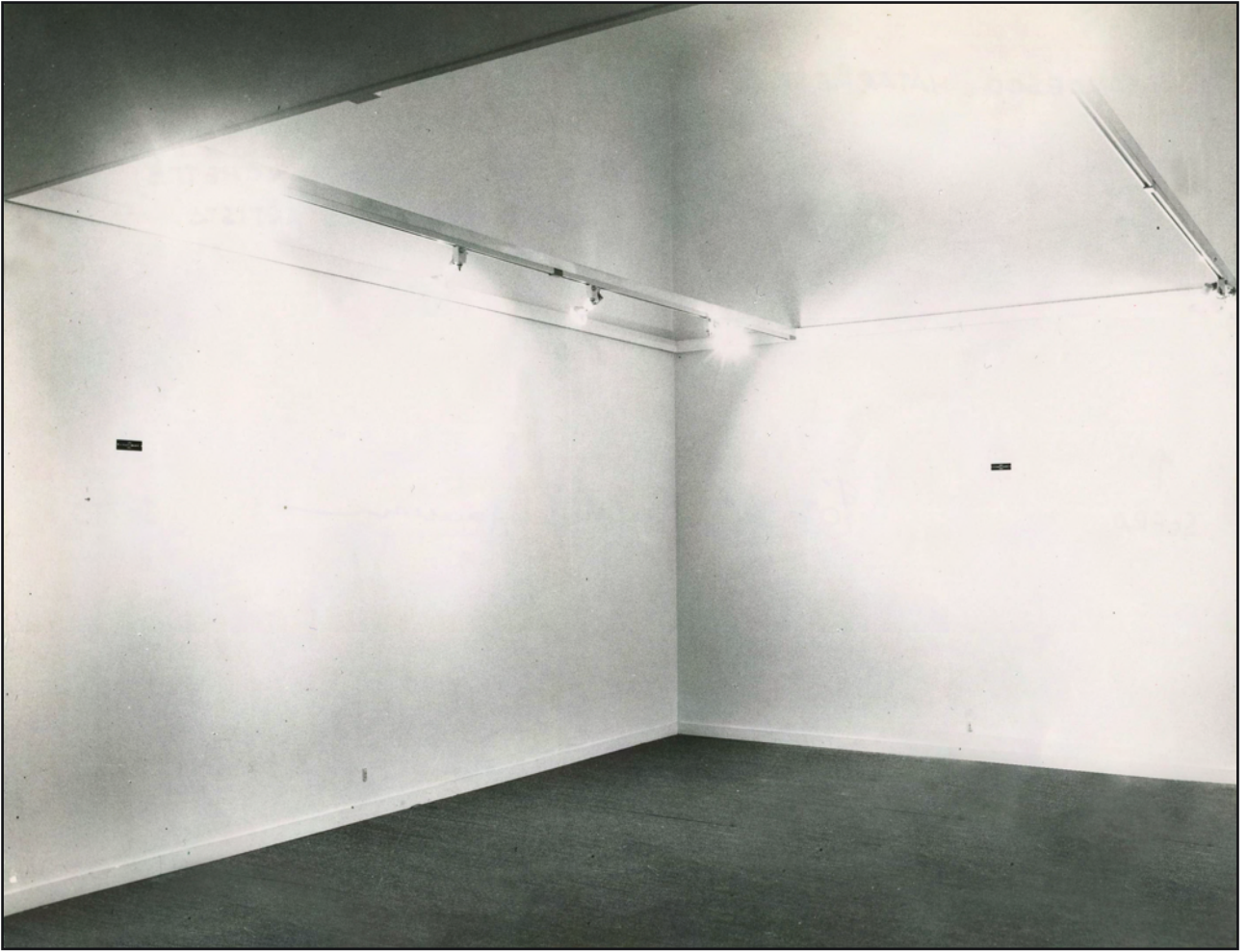
Documents

Documenti

Documentos

Karl Marx, Manoscritti matematici, 1975

Introduzione



ARTE
● IN PRINCIPIO SEGUENTE ●
1972,1

ARTE
● IN PRINCIPIO SEGUENTE ●
1972,2

ARTE
● IN PRINCIPIO SEGUENTE ●
1972,3

ARTE
● IN PRINCIPIO SEGUENTE ●
1972,4

Amn.no P.T. • TELEGRAMMA • Amn.no P.T. • TEL

**TESTO - LETTURA
TRASMESSO**

3232250+
19/09 09.37
32250 PP MI+
32250 PP MI

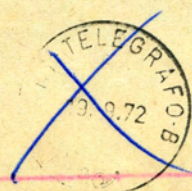
81169 PP BA

RRRRRRRR

SI DESIDERA SAPERE SE PRESSO IL VOSTRO POSTO PUBBLICO TELEX S
E DI MILANO E PRESENTE IL %
+SIGNOR;FR91903:9919LI %

RRKCSIQEMO

ECCOLO ECCOLO EST PRESENTE RR



BENE BUONGIORNO

IL SEGUENTE COMUNICATO E PER IL SIGNOR FRANCO TOSELLI
FRANCESCO MATARRESE
I.0
SIANO DATI I SEGUENTI DUE ARGOMENTI : A) ARTE, B) CULTURA.
I.1 SI ACCERTI LA SEGUENTE NOZIONE: ARTE E' CULTURA (I).
1.2 SI ASSUMA COME PROPOSIZIONE NON INTERPRETATA LA SEGUENTE
: ARTE E'ARTE.
2.0 SINE FLEXIONE,RELATIVAMENTE A 1.2, SIA L'INFORMAZIONE
STATO DI NATURA TI+ EENATURA TIPICO DELL'ARTE.
2.1 SIA LA COMPRESIONE STATO DI NATURA TIPICO DELLA CULTURA.
2.2 SINE FLEXIONE,RELATIVAMENTE A 2.0, SIA LA LETTURA (2)
MODO RILEVANTE DELLA INFORMAZIONE.
2.3 SIA LA INTERPRETAZIONE MODO RILEVANTE DELLA COMPRESIONE.
2.4 SINE FLEXIONE SIA LA LETTURA, FORMA REALE DI ENERGIA LOGICA(3)

(1) RELAZIONE TENDENZIALMENTE BIUNIVOCA.
(2) ALTRIMENTI, PER PROPOSIZIONE INTERPRETATA(VERA O FALSA),
LETTURA COME EVENTO STORICO(IN POSIZIONE DI POTENZIALMEN EE DI
POTENZIALE CONDIZIONE ERMENEUTICA).

(3)
FINE TESTO D'ARTE ORIGINALE.
FINTI
RRR

VEDI RETRO
→

ADA-AKTIONEN DER AVANTGARDE BERLIN 1973

Environments
Happenings
Aktionen
Prozesse
Video

NEUER BERLINER KUNSTVEREIN E V
in Zusammenarbeit mit dem
DAAD und den BERLINER FESTSPIELEN

in der Akademie der Künste und im Stadtgebiet Berlin
9. 9. - 3. 10. 1973

M A R I O M E R Z

Die Konstruktion aus diesen Tischen, diesen Hockern, diesen Gläsern ... hat eine besondere Struktur. Die Zahlen von Fibonacci verpflichten dazu, diese Konstruktion zusammenzuhalten. Die Ordnung, die sich daraus ergibt, drückt sich in einer eigenen Sprache aus, die sich zur Wirklichkeit verhält wie eine Matritze. Während der Renaissance versuchte man, bildliche Darstellungen mit Hilfe der Perspektive als Matritze der Wirklichkeit zu erhalten. Bei der zentral-perspektivischen Malerei erzeugt der Fluchtpunkt ein Bündel von Linien, die es erlauben, die doppelte Menge des wirklich Sichtbaren wiederzugeben. Die Fibonacci-Zahlen dagegen bilden und erzeugen ein Bündel von Zahlen. Der organische Unterschied zwischen der Perspektive der Renaissance und der Zahlenreihe von Fibonacci liegt im Ansatzpunkt. Während der Fluchtpunkt der Zentralperspektive ein Linienbündel erzeugt, bestimmt die Anfangszahl der Serie von Fibonacci, die sich doppelt wiederholt (eins, eins, zwei, drei, fünf) die ganze Entwicklung der Serie selber. Während wir die Überlegung über die Zahl eins im Gedächtnis behalten, wenden wir uns nun z.B. dem Glas zu und betrachten es unter zwei Gesichtspunkten: als benutztes Glas und als unbenutztes, oder als schmutziges und als sauberes Glas.

Versuchen wir nun, diese Methode auf die ganze Konstruktion anzuwenden, so daß alle Einzelheiten unter zwei Gesichtspunkten betrachtet werden: benutzt, nicht benutzt, getrunken, nicht getrunken, gegessen, nicht gegessen

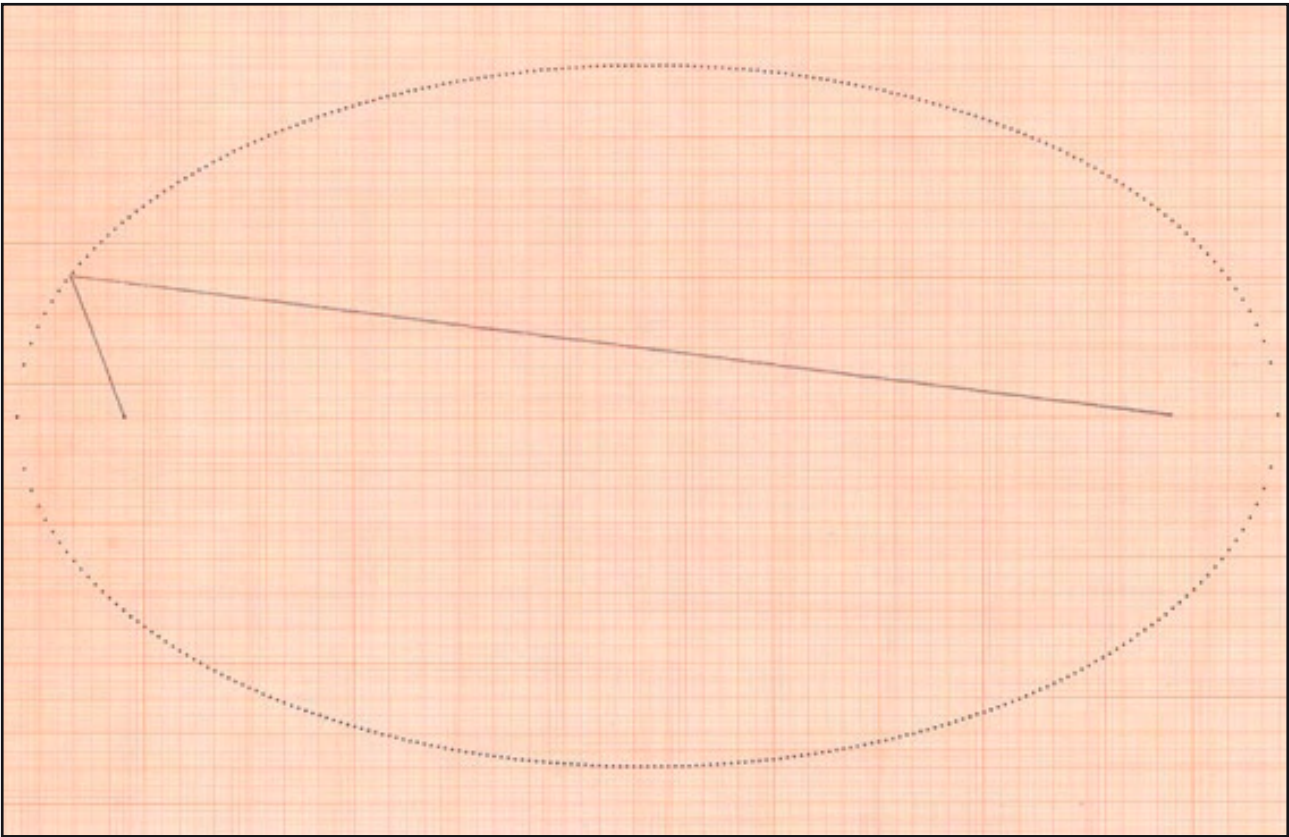
In der Serie von Fibonacci lesen wir die Zahl EINS, dann die zweite Zahl wieder EINS: so kann man mit der Zahl eins wirken und entgegenwirken.

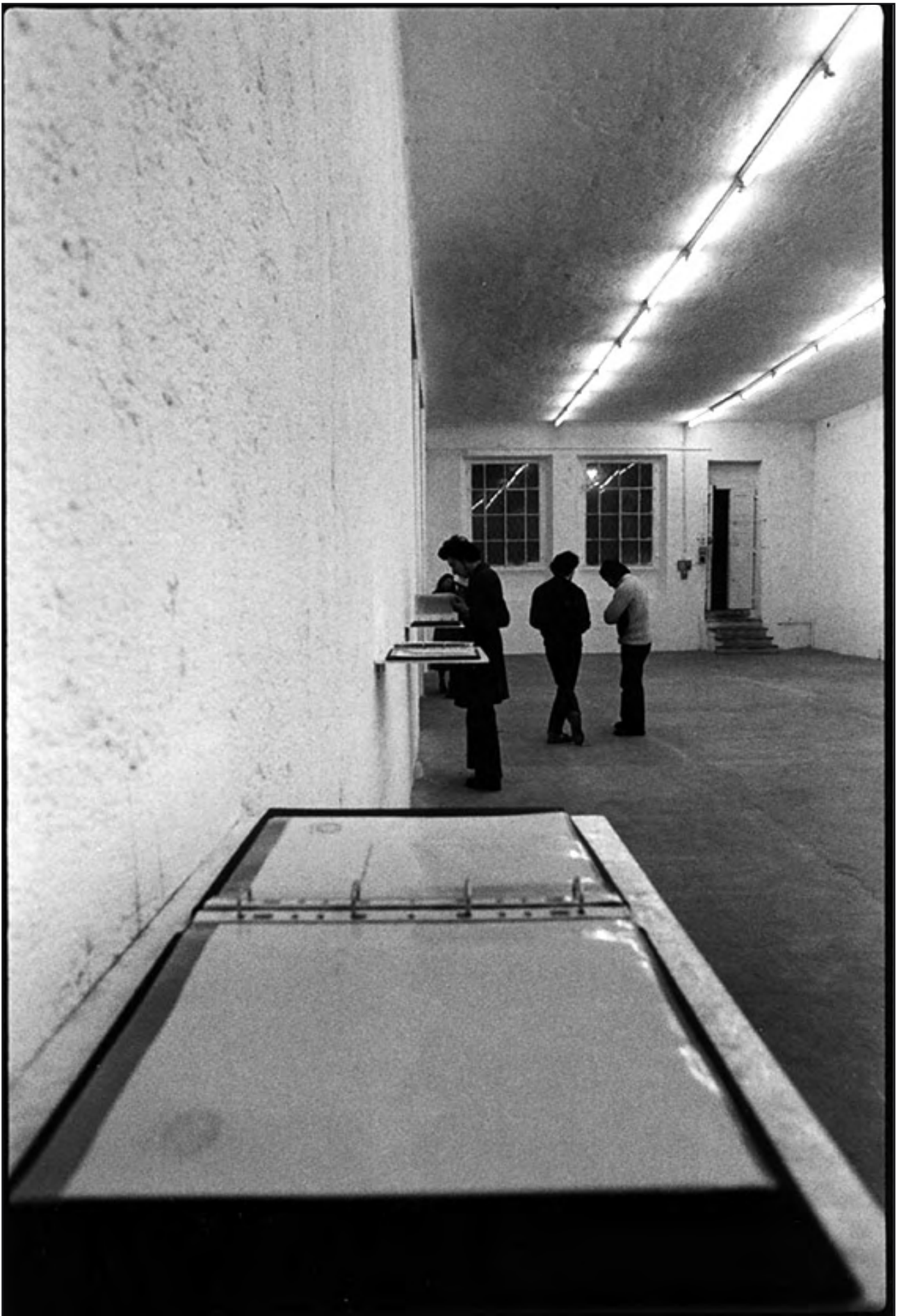
Die eins teilt sich auf in zwei, indem sie eine Summe und eine Differenz und also eine Serie erzeugt, eine Ordnung, ein System

Mario Merz Francesco Matarrese

NBK

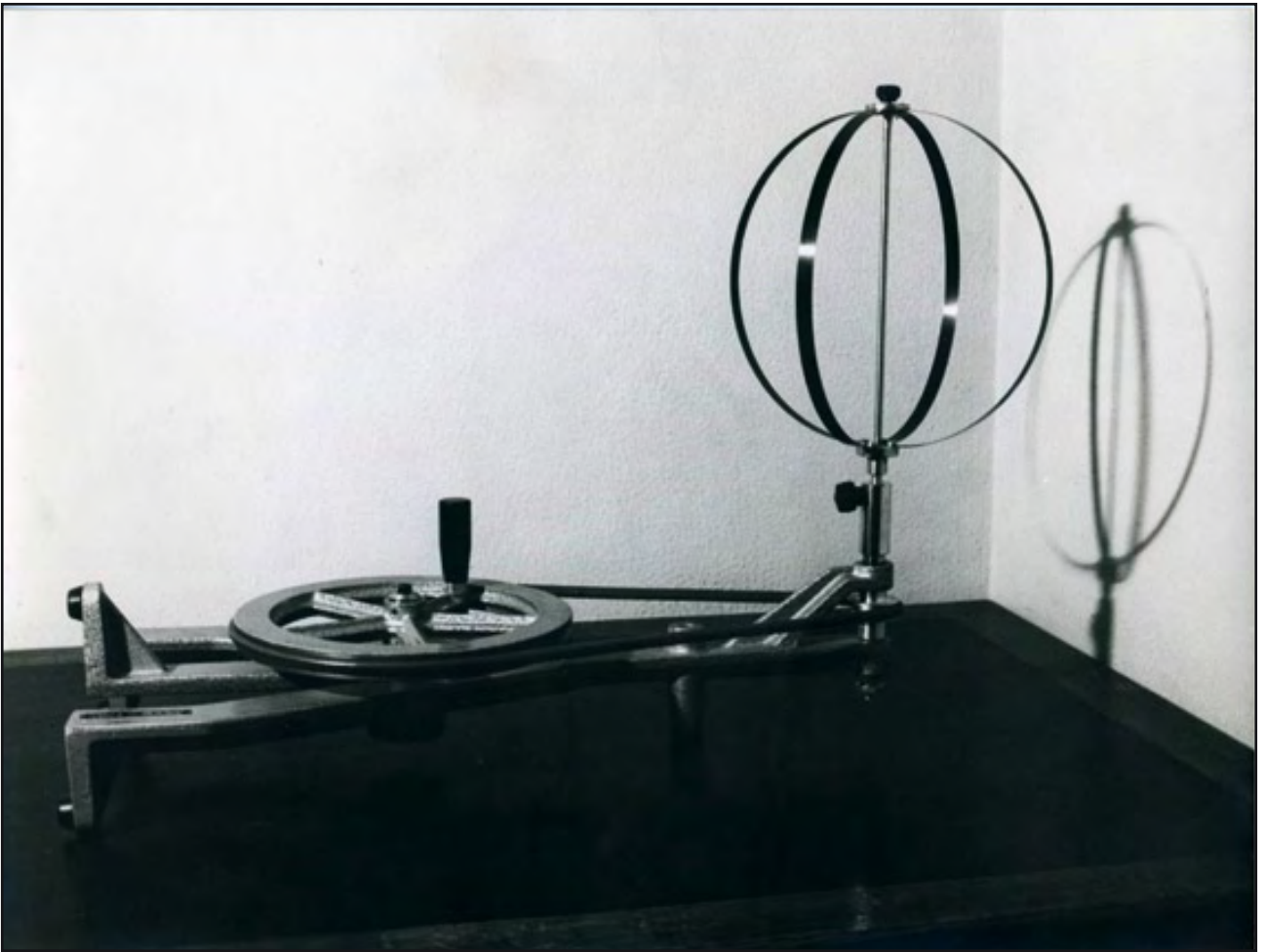
NEUER BERLINER
KUNSTVEREIN E.V.
1 BERLIN 15
MEINEKESTR. 4
TEL. 883 70 06 / 07

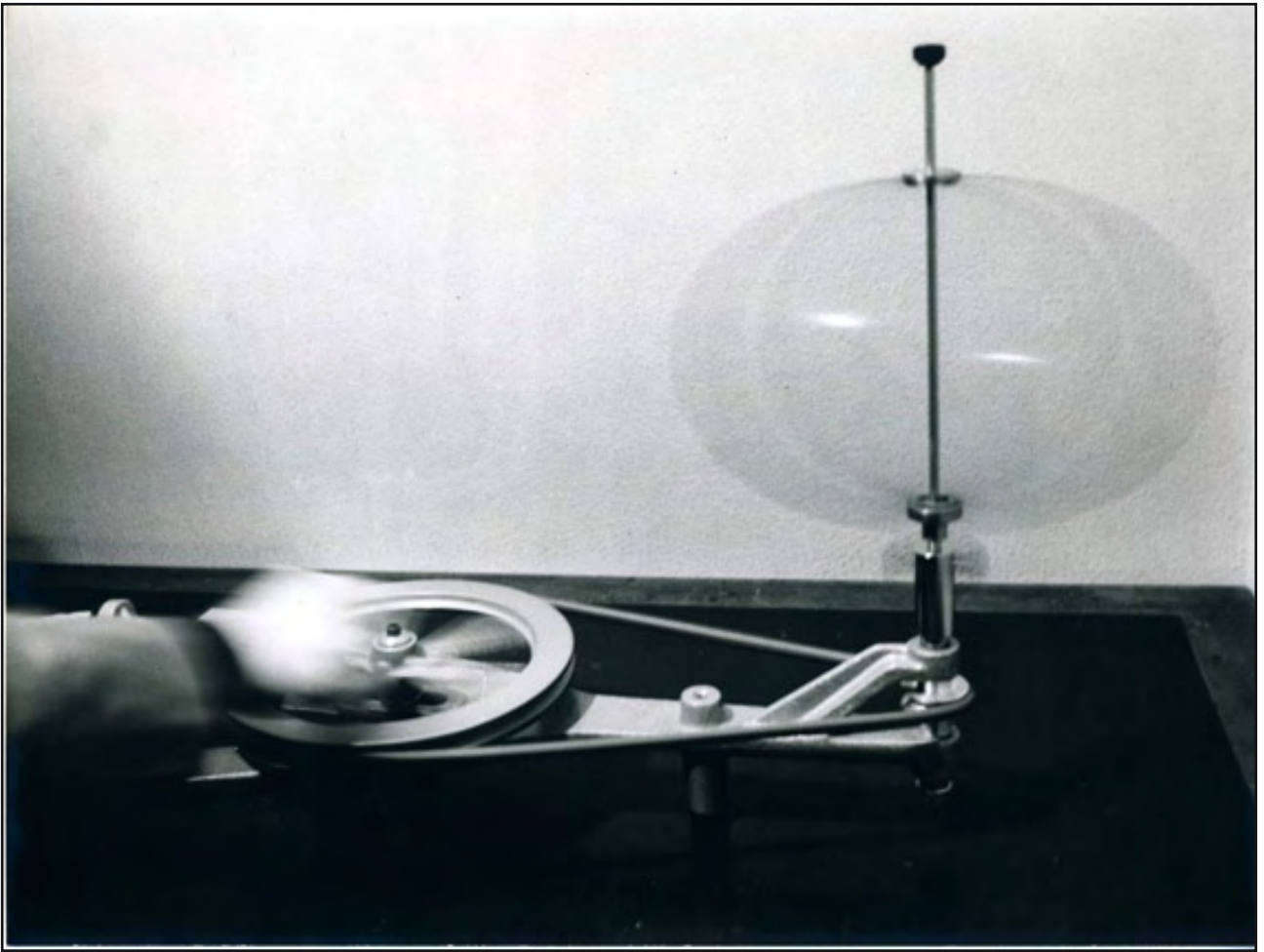




FRANCESCO MATARRESE
SULLA CONTRADDIZIONE

VENERDI 5 APRILE 1974 GALLERIA TOSELLI VIA MELZO 34 MILANO





KARL MARX

MANOSCRITTI MATEMATICI

a cura di

Francesco Matarrese e Augusto Ponzio

DEDALO LIBRI 1975

L'INDIFFERENZA DI PICASSO VERSO UN DETERMINATO GENERE ARTISTICO,
 NELLA RAPPRESENTAZIONE DI UNO STESSO OGGETTO, È LA STESSA CHE TROViamo, MA CON
 QUASI DUECENTO ANNI D'ANTICIPO, IN PRIMO OPERAIO IN FABBRICA (L'ALTRO EX-ARQUIANO)
 VERSO UN DETERMINATO GENERE DI LAVORO. ALLORA, DOVE È L'ARTE, MOSEMA E GUINQUARDIA?

1918



ATTENTO
 RITRATTO DI UN UOMO CHE
 PRESSIONE DEL GIURNO LA CANTIERE
 MARZI 1918

1918



ATTENTO
 RITRATTO DI UN UOMO CHE
 PRESSIONE DEL GIURNO LA CANTIERE
 MARZI 1918

1918



ATTENTO
 RITRATTO DI UN UOMO CHE
 PRESSIONE DEL GIURNO LA CANTIERE
 MARZI 1918

Associazione Librai e Critici d'Arte

Lia Rumma

Lia Rumma
Piazza Navona 34
I-00100 Roma
Tel. 664331

Studio d'Arte
Via Vannella Gaetani 12
I-80100 Napoli
Tel. 398039

Stando tra: **PLATT**

Associazione di Autografiatori Italiani

Lista dei firmatari italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

Autografiatori italiani

FRANCESCO MATARRESE



MODERNA

PER LA CRITICA DELL'ARTE MODERNA
CONTRIBUTION TO THE CRITIQUE OF
MODERN ART



20 - Foto spec. 40mm - cod. 088324 - 0978

AMMINISTRAZIONE P. T.

PARTE B

25/5/436

COPIA DI TELEGRAMMA

UFF. TELEGRAFICO di

MATARRESE



Numero telefonico dell'abbonato

414583

STRADELLA BARONE 10

BARI

QUALIFICA	DESTINAZIONE	PROVENIENZA	NUMERO	PAROLE	DATA	ORE
	<i>Handwritten signature</i>	BARI PONO	70	68	25	15



DESTINAZIONE E INDIRIZZO

ANTIQUARIA ROMANA S.R.L. 89/A VIA DEL BABUINO

ROMA

TESTO

IN MERITO MIA MOSTRA PRESSO ANTIQUARIA ROMANA CONFERMO RIPIUTO
 DEL LAVORO ASTRATTO IN ARTE IMPOSSIBILITA PARTECIPARE ET DARE MIE
 PRODUZIONI ARTISTICHE CONDUKO VITA APPARTATA A BARI PER CONSEGUENTE
 RICERCA POST-ARTE OVVERO SU CIO CHE VIENE DOPO L'ARTE SALUTI

FRANCESCO MATARRESE

Francesco Matarrese

RICONFERMO IL MIO RIFIUTO DEL LAVORO
ASTRATTO IN ARTE E L'IMPOSSIBILITÀ
DI MIE PRODUZIONI ARTISTICHE.
LE CONTRADDIZIONI SONO OVUNQUE.
STA PER CROLLARE LA PRODUZIONE
BASATA SULLA LEGGE DEL VALORE-LAVORO,
STA ESPLODENDO IL SUO CUORE,
IL SEGNO DI UGUALE,
LA FORMULA GENERALE DELL'ARTE.
APPAIONO I PRIMI FRAMMENTI POST-ARTISTICI.
SCIOPERO TOTALE IN ARTE.
MILANO 7.6.1978

SCIOPERO TOTALE

intervista a

francesco matarrese, 8-6-1978

Che artista sei?

-Mi trovo nella condizione di aver fatto per anni sia arte che scienza, scienza nel senso di epistemologia, storia della scienza, quella che veniva definita un tempo filosofia... quindi voglio andare a tappe forzate, non voglio aspettare più, sono impaziente... Vorrei avere cento, mille, diecimila scuse, e quindi tutto questo enorme castello di scuse dovrebbe premere su una porta che si dovrebbe aprire, oltre la quale c'è quello che intuisco, dei frammenti: è come se ci fosse una specie di retroarte, una specie di retroformula generale... Per questo ho decretato quello sciopero totale. Uno mi può dire: "la tua tela bianca che cosa è nel confronto, per esempio, della intelligenza luminosa di un Tiziano", io dico che per me Tiziano è qualcosa di incredibile, come Newton è qualcosa di incredibile, ma Einstein è qualcosa di fantastico, di superiore, nel senso che lo credo che il mondo, proprio nella cultura, sia alla vigilia di qualcosa di mentalmente diverso, credo che addirittura ci debba essere una trasformazione non dico antropologica ma proprio che tocchi la pelle. Certe donne con cui ho parlato mi dicono che hanno spesso certe forme di lacerazione, le mutazioni portano a delle forme di lacerazione, e questo è fantastico. Non è possibile che noi pensiamo a cose piccole in tempi così grandi e importanti... Io non ho grandi ambizioni pubbliche, vorrei anche che le mie cose fossero riportate a memoria, non voglio lasciare niente, la firma stessa non la capisco più. Non voglio che altri siano in accordo o in disaccordo, non mi voglio trovare ancora una volta in una condizione vecchia...-



-Ogni mostra che faccio deve essere un rifiuto del lavoro astratto in arte, e la mostra la faccio perché voglio trovare un metodo di come rifiutare il lavoro astratto in arte. Un metodo, una chiave, perché questa operazione possa essere ripetuta da altri artisti. Il problema è creare un continuo sabotaggio, un sabotaggio calcolato, trovare ogni volta una ragione per cui non è possibile fare esposizioni artistiche, per cui non è giusto continuare sulla vecchia strada. In questo senso io dico che il rifiuto del lavoro astratto in arte è la più straordinaria e grandiosa sorgente di quello che viene dopo l'arte. E anche dopo la scienza. Io sospetto che, veramente, è come se l'arte e la scienza fossero due colonne d'Ercole. Ci sono dei navigatori che stanno facendo delle ipotesi su cosa viene dopo le colonne d'Ercole. E' importante cominciare a creare delle nuove mappe geografiche, delle nuove linee di navigazione... Io, per esempio, ho stabilito geograficamente due coordinate nel mondo: la Public Library a New York, ad esempio, che è un luogo pieno di libri (e fra questi miliardi di libri voglio creare uno spazio dove mettere in maniera taciuta, ma precisa e puntuale, la mia documentazione) e poi anche, in una forma di strabismo geografico, un'isola che si trova nel centro dell'Atlantico, Tristan da Cunha, che credo sia l'isola più sconvolgente che esista, in quanto è fuori da tutte le rotte navali, è abitata da trecento persone che non sono dei cannibali ma delle persone come noi, che scoprono, inventano, dormono come noi, e che vivono lì... e lì vorrei probabilmente fare delle cose, importanti... Questi sono dei frammenti, delle scintille, nella mia testa come nella testa di altri. Sono dei frammenti post-artistici, di qualcosa che viene dopo l'arte. L'arte rimane una cosa straordinaria, fantastica, nella storia della civiltà, come la scienza. Si è sempre colpiti dalla intelligenza di questo fenomeno antropologico che è l'arte. Però, non so, forse per una ambizione di nuovo, io credo che ci sia qualcosa di ancora più fantastico...-

What sort of an artist are you?

-I find myself in the position of one who has been doing both art and science for years: science in the sense of epistemology, the history of science, the kind that used to be defined as philosophy... and so I want to leap ahead in forced stages, I don't want to wait any more, I'm impatient... I'd like to have a hundred, a thousand, ten thousand excuses, and then the whole of this enormous castle of excuses would have to press against a door, which ought to open, beyond which lies what I feel, fragments; it is as though there were a kind of post-art, a kind of general post-formula... This is why I proclaimed that total strike. Somebody may ask me: "what's your white canvas compared, for example, to the luminous intelligence of a Titian", I say that for me Titian is something incredible, just as Newton is something incredible, but Einstein is something fantastic, superior, in the sense that I believe that the world, in the sphere of culture in fact, is on the eve of something mentally different. I believe that there must actually be a transformation, an anthropological one, somehow one that really touches the skin. Certain women with whom I have talked tell me that they often get peculiar forms of laceration. Mutation leads to laceration, and this is fantastic. It is not possible for us to think of little things in such great and important times... I have no great public ambitions, I would like my things to be simply remembered, I don't want to leave anything, I can't even understand the signature any more. I don't want others to be in agreement or disagreement, I don't want to find myself once again in an old condition...-



-Every show I do has got to be a refusal of abstract work in art, and I do the show because I want to find a method of rejecting abstract work in art. A method, a key, so that this operation can be repeated by other artists. The problem is to create a continuous sabotage, a calculated sabotage, to find a reason each time for it not to be possible to put on art exhibitions, for it not to be right to carry on along the old road. In this sense I say that the refusal of abstract work in art is the most extraordinary and grandiose spring of what comes after art. And also after science. I suspect that it is really as if art and science were the two columns of Hercules. There are navigators who are putting forward hypotheses as to what comes after the columns of Hercules. It is important to begin to create new maps, new lines of navigation... I, for example, have geographically established two coordinates in the world: the New York Public Library, for example, which is a place full of books (and among these billions of books I want to create a space in which to put my documentation silently, but in an exact and explicit way) and then also, in a form of geographic strabism, an island lying in the middle of the Atlantic, Tristan da Cunha, which I believe is the most staggering island that exists since it is off all the sea routes, is inhabited by three hundred people who are not cannibals but persons like us, who discover, invent and sleep like us, and there I should like probably to do some things, some important ones... These are fragments, sparks, in my head as in other people's heads. They are post-art fragments, of something that comes after art. Art remains an extraordinary, fantastic thing, in the history of civilisation, like science. One is always struck by the intelligence of this anthropological phenomenon of art. And yet, I don't know, maybe through a hankering after things new, I believe that there is something still more fantastic...-



Quel artiste es-tu?

-Je me trouve dans la condition d'avoir fait pendant des années aussi bien de l'art que de la science, science dans le sens d'épistémologie, d'histoire de la science, celle qui jadis était définie philosophie... donc je veux procéder par tapas forcées, je ne veux plus attendre, je suis impatient... Je voudrais avoir cent, mille, dix mille excuses, de façon que tout cet énorme château d'excuses fasse pression sur une porte qui devrait s'ouvrir, au-delà de laquelle il y a ce que je sens, des fragments: c'est comme s'il y avait une espèce d'arrière-art, une sorte d'arrière-formule générale... C'est pourquoi j'ai décrété cette grève totale. Quelqu'un pourrait dire: "la toile blanche qu'est-ce qu'elle est, par exemple, par rapport à l'intelligence lumineuse d'un Titien". Je dis que pour moi Titien est quelque chose d'incompréhensible, comme Newton est quelque chose d'incroyable, mais Einstein est quelque chose de fantastique, de supérieur, dans le sens que je crois que le monde, dans la culture justement, est à la veille de quelque chose de mentalement différent, je crois même qu'il devra y avoir une transformation, je ne dis pas anthropologique, mais qui justement touche la peau. Certaines femmes avec qui j'ai parlé me disent que souvent elles ont certaines formes de laceration, les changements portent des formes de laceration, et cela est fantastique. Il n'est pas possible que nous pensions à de petites choses dans des époques si grandes, si importantes... Je n'ai pas de grandes ambitions publiques, je voudrais aussi que mes choses fussent ramenées à la mémoire, je ne veux rien laisser, la signature même je ne la comprends plus. Je ne veux pas que d'autres soient d'accord ou en désaccord, je ne veux pas me trouver une fois encore dans une condition vieille...-

-Chaque exposition que je fais doit être un refus de travail abstrait dans l'art, et l'exposition je la fais parce que je veux trouver une méthode pour refuser le travail abstrait dans l'art. Une méthode, une clé pour que cette opération puisse être répétée par d'autres artistes. Le problème est de créer un sabotage continu, un sabotage calculé, de trouver à chaque fois une raison pour laquelle il n'est pas possible de faire des expositions artistiques, pour laquelle il n'est pas juste de continuer par le vieux chemin. Dans ce sens, je dis que le refus du travail abstrait dans l'art est la source la plus extraordinaire et grandiose de ce qui vient après l'art. Et aussi après la science. Je soupçonne que vraiment ce soit comme si l'art et la science étaient deux colonnes d'Hercule. Il y a des navigateurs qui sont en train de construire des hypothèses sur ce qui viendra après les colonnes d'Hercule. Il est important de commencer à créer de nouvelles cartes géographiques, de nouvelles lignes de navigation... Par exemple, j'ai établi géographiquement deux coordonnées dans le monde: la Public Library à New York, par exemple, qui est un endroit plein de livres (et parmi ces milliards de livres, je veux créer un espace où placer en silence, mais d'une façon précise et ponctuelle, ma documentation) et puis aussi, dans une forme de strabisme géographique, une île qui se trouve au milieu de l'Atlantique, Tristan da Cunha, qui, je crois, est l'île la plus étonnante qui existe, car elle se trouve en dehors de toutes les routes de navigation, elle est habitée par trois cents personnes qui ne sont pas des cannibales, mais des personnes comme nous, qui découvrent, inventent, dorment comme nous et qui vivent là-bas... et là-bas probablement je voudrais faire des choses, importantes, de quelque chose qui vient après l'art. L'art demeure une chose extraordinaire, fantastique, dans l'histoire de la civilisation, comme la science. On est toujours frappé par l'intelligence de ce phénomène anthropologique qui est l'art. Mais, je ne sais pas, peut-être pour une ambition de nouveau, je crois qu'il y a quelque chose d'encore plus fantastique...-



edimus 505 agosto 1978

KARL MARX

MANOSCRITTI MATEMATICI

a cura di

Francesco Matarrese e Augusto Ponzio

DEDALO LIBRI 1975

Titolo originale: *Matematičeskie rukopisi*, Mosca 1968
traduzione di Francesco Matarrese e Augusto Ponzio

Copyright © 1975 Dedalo libri, Bari
Stampato in Bari dalla Dedalo litostampa

INTRODUZIONE

CRITICA DELLA MATEMATICA E MATERIALISMO STORICO-DIALETTICO

Calcolo, logica formale e dialettica delle forme

Un interesse vero e proprio per la matematica sorse in Marx certamente in rapporto agli studi che egli svolse per il *Capitale*¹. In una lettera a Engels dell'11 gennaio 1858 Marx scriveva « Nella stesura dei *principles* economici mi trovo talmente imbrogliato con degli errori di calcolo, che per *despair*, mi sono messo di nuovo a studiare l'algebra. L'aritmetica mi è restata sempre ostica. Ma per la via traversa dell'algebra mi rimetto rapidamente a posto »².

In un quaderno dell'aprile-giugno 1858, contenente materiale preparatorio per *Per la critica dell'economia politica*, s'incontrano già disegni di geometria elementare e i primi calcoli algebrici³.

Per Marx questi sono anni di studi particolarmente intensi, e gli interessi matematici risultano saltuari; scrive infatti a Engels in una lettera del 23 novembre 1860 « Scrivere articoli è per me quasi *out of question*. La sola occupazione con la quale posso conservare la necessaria *quietness of mind* è la matematica »⁴. E ancora, in una lettera a Engels del 6 giugno 1863,

¹ Comunque tracce delle prime ricerche matematiche di Marx già s'incontrano in alcuni quaderni di appunti sull'economia politica intorno al 1846.

² *Opere di Marx ed Engels*, vol. XL, Roma 1973, p. 269.

³ Contemporaneamente Engels inizia i lavori preparatori della *Dialettica della natura*.

⁴ *Opere di Marx ed Engels*, vol. XLI, Roma 1973, p. 124.

Marx scrive: « Nel tempo libero studio calcolo differenziale e integrale. A proposito! Di scritti su tale argomento ne ho a esuberanza e te ne manderò uno, se vorrai occupartene »⁵. Sono gli anni, come prima si accennava, di più intenso studio per Marx; nel '62 inizia infatti a preparare la sua *Storia delle teorie economiche*, mentre sta portando a termine il primo libro del *Capitale*. Marx inoltre proprio nel '64 (28 settembre) iniziava la sua attività di rappresentante dei lavoratori tedeschi nell'*Associazione Internazionale degli operai* (I Internazionale). Gli studi matematici di questo periodo si collegano ancora per Marx agli studi sull'economia politica⁶. Non escludiamo, comunque, l'altra ipotesi per la quale il sempre maggiore interesse matematico di Marx per il calcolo differenziale (con il suo sforzo critico di ricostruirlo dialetticamente) sia stato perlomeno sollecitato dalla lettura della *Scienza della Logica di Hegel* (che rilegge proprio in quegli anni) e in cui viene estesamente trattato il problema del calcolo differenziale.

Negli anni '70, e in particolare dal 1878 in poi, gli studi matematici di Marx assumono un carattere più sistematico⁷.

Leggiamo nella prefazione di Engels al secondo libro del *Capitale* « Dopo il 1870, subentrò una nuova pausa, causata principalmente dal cattivo stato di salute. Come di consueto Marx occupò questo tempo con studi: agronomia, condizioni dell'agricoltura americana e particolarmente di quella russa, mercato monetario e banche, infine scienze naturali: geologia e psicologia e specialmente lavori di matematica pura, formano il contenuto

⁵ *ivi*, p. 399.

⁶ Engels era comunque informato dell'attività di Marx in campo matematico sin dal '65 come attesta l'Appendice a una lettera di Marx a Engels della fine '65 inizio '66, cfr. *Opere di Marx ed Engels*, vol. XLII, Roma 1974, pp. 178-180.

⁷ Marx in una lettera a Engels del 31 maggio 1873 avanza anche l'ipotesi di una applicazione diretta della matematica all'economia politica, cfr. *Carteggio Marx-Engels*, vol. VI, Roma 1972, p. 174. Un tentativo del genere ad esempio lo troviamo anche nel *Libro terzo* del *Capitale* a proposito del rapporto tra saggio del profitto e saggio del plusvalore, cfr. K. Marx, *Il capitale, Libro terzo*, Roma 1973, pp. 79 e segg.; dunque matematica applicata.

degli innumerevoli quaderni di estratti di questo tempo »⁸. Marx avendo oramai alle spalle una intensa attività politica, in seno alla I Internazionale, oltre che teorica, preparando gli altri due libri del *Capitale*⁹, giunse, dunque, in piena maturità intellettuale, a occuparsi, in maniera sistematica, di matematica e di calcolo differenziale in particolare.

Quasi parallelamente proseguivano anche gli studi di Engels sulla matematica e sul calcolo infinitesimale (differenziale e integrale), nell'*Antidübring* tra il '76 e il '77 e nella *Dialettica della natura* sino all' '82¹⁰.

Pochi anni dopo Marx morì (14 marzo 1883) a quasi un anno di distanza dal suo ultimo manoscritto matematico relativo al Teorema di Taylor.

Certamente a Marx non furono di aiuto in quegli anni le modeste conoscenze matematiche dell'amico Samuel Moore. Marx si documentò personalmente su libri del suo tempo, in una Inghilterra scientifica che solo da poco aveva abbandonato il suo settecentesco newtonianismo, inservibile ormai per le nuove esigenze derivate dalla rivoluzione industriale. Sappiamo infatti che solo nel 1812 M. Faraday (1791-1867), sostituendo H. Davy (1778-1829) nel dirigere la *Royal Institution*, decise di introdurre la più comoda notazione leibniziana del calcolo infinitesimale al posto di quella newtoniana. Tale fu il risultato non tanto dell'evolversi di una « storia interna » alla scienza (Newton contra Leibniz), quanto piuttosto di una « storia esterna » conseguente, nel nostro caso, all'accresciuto peso sociale e culturale degli artigiani e dei tecnici, ma più in generale della

⁸ In K. Marx, *Il Capitale, Libro secondo* (I). Prefazione di F. Engels, Roma 1973, p. 11.

⁹ Sia *Il Capitale* che la *Storia delle teorie economiche* risentono certamente, in questo periodo, dell'influenza degli studi matematici di Marx, ad esempio v. K. Marx, *Storia delle teorie economiche*, vol. III, Torino 1958, p. 160 e K. Marx, *Il Capitale, Libro primo* (II), Roma 1973, p. 48 e ancora *ivi*, Libro primo (III), pp. 71-72.

¹⁰ Due lettere di Engels a Marx del 1881-'82 (quella del 18 agosto 1881 v. *Carteggio Marx-Engels*, vol. VI, Roma 1972, pp. 330-332, e quella del 21 novembre 1882, v. *ivi*, pp. 399-400) testimoniano dell'evidente influenza che gli studi sul calcolo differenziale di Marx ebbero su Engels. C'è da aggiungere che la stesura della parte della *Dialettica della natura* di Engels relativa al calcolo differenziale è proprio dell' '82.

borghesia, nella società inglese del tempo. Il passaggio in Inghilterra da una cultura aristocratica a una più borghese investirà poi la stessa *Royal Society*, allora tempio della cultura scientifica inglese, nel momento in cui, attraverso una drastica riforma, il criterio di ammissione dei suoi membri non fu più deciso sulla base del titolo nobiliare ma sulla base di una seria preparazione scientifica¹¹. Marx giunse ad occuparsi di matematica in una Inghilterra dunque scientificamente trasformata (rispetto ai tempi di Newton) formandosi inizialmente sul testo matematico dell'abate francese Sauri¹², redatto infatti, per ciò che concerne il calcolo differenziale, secondo il metodo e la notazione del Leibniz. Marx si servì anche della traduzione inglese dell'allora noto trattato sul calcolo differenziale di J.L. Boucharlat (1828)¹³. Questo trattato non soddisfece molto Marx che ricorse ad altri studi sull'argomento sino a giungere al trattato di J.L. Lagrange¹⁴.

Le ricerche matematiche di Marx possono comunque ascrivere in quel più generale clima europeo di discussione sui fondamenti stessi della matematica: era infatti già il tempo di A.L. Cauchy (1799-1857), di K.F. Gauss (1777-1855), di K. Weierstrass (1815-1879), di G. Cantor (1845-1918), ma era anche e soprattutto il tempo in cui l'Europa usciva definitivamente dagli albori del capitalismo.

I *manoscritti matematici* di Marx, specie quelli redatti durante gli anni '80, hanno per contenuto principalmente una discussione critica sul calcolo differenziale così come si era venuto formando da G.W. Leibniz sino a Lagrange. Obiettivo principale

¹¹ v. Ludovico Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, vol. IV, Milano 1973, pp. 566 e segg., e in particolare Arcangelo Rossi, *Le nuove tecnologie in Inghilterra tra '700 e '800*, in « Sapere » n. 774, 1974, pp. 60-65.

¹² Sauri, *Cours complet de mathematiques*, 5 vol., Paris 1778.

¹³ J.L. Boucharlat, *Elements de calcul differentiel et de calcul integral*, 5-me ed., Paris 1838 (*An elementary treatise on the differential and integral calculus*, Cambridge, London 1828).

¹⁴ Joseph-Louis Lagrange, *Theorie des fonctions analytiques*, Paris 1813, anche in *Oeuvres de Lagrange*, vol. IX, Paris 1881, oltre che J.L. Lagrange, *Nouvelle methode pour resoudre les equations, litterales par le moyen des series*, in « Memoires de l'Academie royale de Sciences et Belles Lettres de Berlin », t. XXIV, 1770.

di Marx è la critica del « calcolo differenziale mistico » di Leibniz e Newton con conseguente possibilità di ricostruzione dell'intero calcolo su basi *algebriche e dialettiche*.

Il calcolo differenziale, come parte dell'analisi infinitesimale, in senso stretto, si data dalla seconda metà del diciassettesimo secolo, ma le sue origini sono molto più remote. Infatti la necessità di introdurre il concetto di *infinito* nella matematica si manifestò appena si oltrepassò storicamente il limite delle più semplici questioni aritmetiche e geometriche, allorquando cioè si vennero a consolidare definitivamente nella matematica le due tendenze del *continuo* e del *discontinuo* (da una parte i numeri naturali 1, 2, 3,... con la loro nozione di *discontinuità*, dall'altra i numeri irrazionali $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ecc... con la loro nozione di *continuità*¹⁵). Ad esempio l'impossibilità di esprimere in numeri il rapporto tra la diagonale e il lato del quadrato, riconosciuto sin dal VI sec. a.C., costrinse i matematici del tempo a far uso di quei processi infinitari che possono senz'altro considerarsi il primo germe dell'analisi infinitesimale. Archimede (287-212 a.C.), J. Keplero (1571-1630), B. Cavalieri (1598-1647), E. Torricelli (1608-1647) rappresentano i più famosi precursori della moderna sistemazione matematica dell'analisi infinitesimale e in particolare del calcolo differenziale. Dobbiamo però avvicinarci agli albori dell'epoca capitalistica per poter rintracciare studi più sistematici sull'argomento, dobbiamo giungere a tale epoca per vedere la nozione di *grandezza variabile* affermarsi definitivamente nel campo matematico. Giustamente Engels annotava che « Il punto critico della matematica fu la *grandezza variabile* di Descartes. Con essa il *movimento* e con essa la *dialettica* nella matematica e con essa anche subito, necessariamente il *calcolo differenziale e integrale*, che anch'esso subito ha inizio, e che viene non inventato, ma completato nelle sue grandi linee, da Newton a Leibniz »¹⁶. Infatti, approssimativamente possiamo affermare che il calcolo differenziale riguarda la misura della ve-

¹⁵ Tale lotta si ripercuote, in un certo senso, anche nella fisica dove ad esempio si cerca di capire come la luce possa essere al tempo stesso continua e discontinua.

¹⁶ Friedrich Engels, *Dialettica della natura*, in *Opere di Marx ed Engels*, vol. XXV, Roma 1974, p. 539.

locità di variazione delle cose che variano. Ciò che varia, in matematica, è in funzione di una *variabile*¹⁷.

¹⁷ Per comodità del lettore che si avvicini per la prima volta al calcolo differenziale ne forniamo alcuni elementi intuitivi. Consideriamo l'oggetto z in moto. Se z si muove di moto uniforme, percorrendo ad esempio 2 metri ogni secondo, possiamo affermare che z procede alla velocità di 2 metri al secondo. Perciò il nostro oggetto in movimento, mantenendo una velocità costante, farà 4 metri in 2 secondi, 6 metri in 3 secondi, 8 metri in 4 secondi e così via. La velocità dunque, nel caso del nostro oggetto z , potrà essere misurata in base al rapporto tra lo spazio percorso (in metri) e il tempo impiegato a percorrerlo (in secondi). In simboli abbiamo che $v = s/t$ (v = velocità, s = spazio, t = tempo). Consideriamo ora il nostro oggetto z come un'automobile in corsa. Ovviamente questa non viaggerà secondo un moto uniforme. A volte sarà costretta ad accelerare a volte a rallentare. Conoscere dunque la sua velocità significherà conoscerne la sua velocità *media*. Volendo però conoscere la sua velocità nell'istante in cui ci passa di fronte, (e non sappiamo se rispetto alla velocità media in quel momento avrà accelerato o diminuito) non ci può più soddisfare la formula precedente $v = s/t$ che invece soddisfaceva il caso di un oggetto in movimento a velocità costante e non a velocità variabile (come è il nostro caso). Il calcolo differenziale trova una risposta a problemi come il nostro. Il calcolo differenziale può non solo spiegarci il significato di ciò che prima abbiamo indicato come *velocità istantanea*, ma anche calcolarcela in base a quella che si definisce equazione del movimento: $s = f(t)$, che ci fornisce lo spazio percorso s , in funzione (f) del tempo (t) impiegato a percorrerlo. Chiariamo.

Decidiamo ora di voler calcolare la velocità istantanea del nostro oggetto z in movimento dopo appena dieci secondi dalla sua partenza (ovvero al decimo secondo dopo l'inizio del suo moto), cioè a $t = 10$. Per raggiungere questo obiettivo dobbiamo procedere nel modo seguente: consideriamo lo spazio percorso tra l'8° e il 12° secondo in simboli, cioè tra lo spazio x_1 , (percorso in 12 secondi) e lo spazio x (percorso in 8 secondi). Lo spazio percorso sarà allora uguale alla differenza $x_1 - x$. Inoltre la velocità media nell'intervallo di tempo di 4 secondi, tra l'8°

e 12°, risulterà dal rapporto $\frac{x_1 - x}{4 \text{ (sec.)}}$. Restringiamo ora l'intervallo di

tempo e consideriamo lo spazio $x'_1 - x'$, percorso ora tra il 9° e l'11° secondo. Otterremo naturalmente uno spazio e un tempo più piccoli e così $\frac{x'_1 - x'}{2}$.

Possiamo pensare di procedere in tal modo progressivamente. Calcolare cioè a intervalli di tempo sempre più piccoli le velocità medie relative. Allora queste velocità medie andranno ad avvicinarsi sempre più a un *valore-limite*: esso costituirà la velocità nell'istante da noi considerato (che i vecchi matematici e filosofi alla Leibniz e Hegel consideravano misteriosamente evanescente e infinitesimo).

In simboli il calcolo differenziale si presenta nel seguente modo:

1) Si consideri come equazione del movimento la funzione $y = f(x)$ (che è uguale alla nostra precedente $s = f(t)$, spazio = funzione del tempo).

Il calcolo differenziale sorse più o meno ufficialmente nella seconda metà del diciassettesimo secolo, non casualmente ma in rapporto alla pratica produttiva del tempo¹⁸, in rapporto a quell'enorme sviluppo delle forze produttive che cominciò a interessare l'Europa intera sin dal sedicesimo secolo (agli albori del capitalismo). Ciò diede luogo alla creazione, ad esempio, delle prime manifatture meccanizzate, allo sfruttamento su scala sempre più allargata e razionale delle miniere. Lo sviluppo della scienza si rendeva quindi sempre più necessario per le nascenti esigenze di un migliore e maggiore sfruttamento delle risorse naturali da parte del capitale e per un conseguente suo maggiore sviluppo produttivo. Ad esempio la scoperta dell'America, i successi della circumnavigazione, l'ampliamento degli scambi commerciali, stimolarono lo sviluppo delle comunicazioni. Lo sviluppo della produzione di conseguenza offrì alle scienze della natura nuovi temi di ricerca e di studio.

Il sistema eliocentrico dei pianeti secondo N. Copernico (1473-1543) oltre a costituire uno sviluppo interno per la scienza proclamò anche la liberazione delle scienze della natura dal giogo del potere della religione. Era la via, per altro verso, per abbandonare una non meglio identificata « meccanica celeste »

2) Si consideri ora una piccola crescita o variazione della x sino a x_1 (e la corrispondente variazione della y sino a y_1).

3) Chiamando Δx la piccola variazione (incremento) della x (e Δx il corrispondente incremento della y), si consideri infine il rapporto $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

4) Per avvicinarsi all'istante prima considerato, restringiamo sempre più l'intervallo di spazio e di tempo tra x_1 e x ; facendo tendere a zero tale variazione (incremento) avremo che $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ si avvicinerà sempre più a un valore limite detto *derivata*. Questa *derivata* risulterà essere il risultato del rapporto di due incrementi tendenti a zero e che ora scriveremo diversamente: $\frac{dy}{dx}$. Abbiamo naturalmente saltato tutti i complessi passaggi matematici e algebrici che portano a tale conclusione e che invece Marx discuterà criticamente.

¹⁸ Marx è esplicito a questo riguardo quando stabilisce un diretto rapporto tra la matematica e i rapporti di produzione, egli scrive « importantissimo divenne nel secolo XVII l'uso sporadico delle macchine, perché esse offrirono ai grandi matematici del tempo punti di appoggio pratici ed incitamento alla creazione della meccanica moderna » (K. Marx, *Il Capitale, Libro primo* (II), Roma 1973, p. 48.

per una più precisata « scienza delle macchine ». A quel tempo diversi problemi della produzione e della tecnica richiedevano un miglioramento delle conoscenze scientifiche in astronomia come in matematica. La navigazione ad esempio richiedendo una precisa definizione delle imbarcazioni in alto mare determinò lo studio di strumenti per l'esatta misura del tempo. In guerra l'esigenza di determinare un giusto angolo di tiro per i cannoni sviluppò la ricerca balistica.

Si comprende facilmente come proprio in questo periodo le scienze della natura, sollecitate da un sempre maggiore incremento della produzione, conosceranno anche un loro più rapido sviluppo. Si moltiplicarono così le ricerche e attraverso innumerevoli osservazioni e studi (tale è infatti il corso della scienza ma anche della conoscenza) si giunse a perfezionare le stesse leggi della meccanica. G. Galilei (1564-1642) nello studiare la caduta dei corpi e dei pianeti, allora visto come esempio tipico del movimento meccanico, giunse a formulare due leggi fondamentali: la ricerca della velocità, nota la traiettoria; la ricerca della traiettoria, nota la velocità. Nel caso di un moto uniforme i due problemi si possono risolvere attraverso la matematica elementare: in tal caso abbiamo che la velocità è uguale alla traiettoria divisa per il tempo, e da cui deriva che la traiettoria è uguale alla velocità per il tempo. Tuttavia tale risoluzione apriva un altro problema. Nel caso di un movimento non più uniforme ma a velocità variabile (cioè quando la velocità varia col variare del tempo) la matematica elementare a valori costanti non era più in grado di descrivere i rapporti complessi tra il tempo, la posizione e la velocità. Tale contraddizione doveva costringere la matematica del tempo ad aprirsi definitivamente e in maniera più rigorosa allo studio delle *quantità variabili* e a formulare in tal senso il *calcolo differenziale e integrale*. Cartesio (1596-1650) nel suo *Manuale di geometria*, studiando le capacità di concentrare la luce con delle lenti si portò necessariamente anche a discutere il problema della tangente a una circonferenza. Da ciò ne scaturiva che i più evidenti ed empirici problemi della meccanica sollevati da Galilei, come ad esempio ricerca della velocità e ricerca della traiettoria in funzione di una variabile, avevano bisogno, per risolversi, di essere trasferiti e analizzati necessariamente su un piano più astratto (non per

questo più lontano dalle primitive esigenze di base), cioè sul piano matematico (analisi del valore dell'incidenza di una tangente a una superficie curva). Tale è proprio come sappiamo il processo *pratica-teoria-pratica*, anche nella scienza. Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716) raccogliendo la precedente e ricca eredità scientifica sul calcolo differenziale e integrale giunsero entrambi a nuovi risultati sviluppando le loro ricerche sulla meccanica e sull'ottica. Ambedue giunsero a formulare un metodo iniziale per il calcolo differenziale e integrale. Questa scoperta non mancò di dimostrare nella pratica la sua efficacia e nello stesso tempo di riflettere effettivamente le leggi oggettive del mondo. Ad esempio in astronomia si riuscì finalmente a calcolare in maniera precisa la posizione e l'orbita dei pianeti oltre che quella delle comete. D. Harley (1656-1742) sulla base di questo tipo di calcoli stabilì che le comete apparse nel 1531, 1607 e 1628 facevano parte della stessa cometa e che nel 1679 sarebbe riapparsa: la previsione trovò una conferma nella realtà. Ad esempio con il nuovo metodo si riuscì a calcolare ancora la periodicità del pendolo sottoposto a un impulso, e ciò diede sviluppo a orologi di precisione.

Malgrado tutto ciò il calcolo differenziale di Leibniz e Newton presentava grossi difetti e i suoi fondamenti teorici non erano stati del tutto chiariti. In seguito con J.L. Lagrange (1736-1813) e il suo metodo algebrico, sino a Cauchy con una più rigorosa definizione di *limite*, il calcolo differenziale in particolare poté finalmente raggiungere una sua sistemazione più corretta. Il calcolo differenziale nella sua drammatica e laboriosa ricerca di rigosità, come sin qui a grandi linee si è mostrato, aveva ormai richiamato su di sé l'attenzione di tutta la matematica, costringendola anche a un processo di più generale revisione.

Il discorso critico di Marx sul calcolo differenziale interviene proprio all'interno di questa complessa problematica col preciso proposito di svelare le *mistiche aporie* del calcolo differenziale proprio nei suoi più ufficiali rappresentanti da Leibniz a Lagrange. Questa strada doveva poi portarlo a fornire i presupposti per una fondazione *algebrica* e *dialettica* del calcolo differenziale stesso.

Punto di partenza della sua analisi critica è la constatazione che sia Leibniz che Newton erano giunti all'*operazione differen-*

ziale senza rendere conto matematicamente dei processi algebrici originari. Ciò portò i matematici del tempo a credere in « un tipo di calcolo strano, diverso dall'algebra ordinaria ».

Marx scrive ancora « Dunque: si credeva nel carattere misterioso del tipo di calcolo scoperto che forniva risultati veri (e in tal modo risultati sorprendenti) nella applicazione geometrica con un procedimento matematico effettivamente errato. Si era giunti ad un tale livello di mistificazione che quanto più si apprezzava la nuova scoperta tanto più si rendeva furente la schiera dei vecchi matematici ortodossi e si provocavano così le grida degli avversari che echeggiavano persino nel mondo dei profani e che sono necessarie per aprire la via al nuovo ». Matematicamente ciò era possibile in quanto « $x_1 = x + \Delta x$ si trasforma sin da principio in $x_1 = x + dx$ ovvero $x + x$ (per Newton) dove dx è posto attraverso una definizione metafisica. Prima esiste e poi viene definito ».

Cioè *arbitrariamente* si operava il passaggio dall'incremento Δx al simbolo dx . E' solo con Lagrange, con la sua *teoria delle funzioni derivate*, che, secondo Marx, quasi completamente, il calcolo differenziale riacquistò rigosità. Ciò poteva divenire possibile solo rendendolo completamente algebrico, nel rendere conto di tutti i « processi reali », come li chiama Marx, che conducono al simbolo differenziale (operativo). Marx inizierà, sulla scorta di Lagrange, a ricomporre dialetticamente i *processi reali* del calcolo differenziale (sotto l'aspetto algebrico) particolarmente nei due manoscritti dell' '81, *Sul concetto di funzione derivata* e in *Sul differenziale*.

Ma perché Marx richiedeva un più deciso intervento dell'algebra per rendere conto più matematicamente dell'*operazione differenziale*? Semplicemente perché l'algebra è qual campo delle scienze matematiche costituito dallo studio dei *sistemi con operazioni*. E' proprio dunque il caso del calcolo differenziale. Marx inoltre insistendo sui *processi reali* di calcolo (algebrici) si richiamava al significato stretto di *algoritmo*, che deriva anch'esso dall'algebra, e che oggi è usato proprio nel senso di « procedimento di calcolo »¹⁹.

Marx era dunque alla ricerca di un algoritmo per il calcolo

¹⁹ Il termine *algebra* deriva dalla parola araba al-ğabr, che appartiene al titolo di una famosa opera del matematico arabo di nome *Mohammed*

differenziale che rendesse conto, dialetticamente, e qui è il suo fondamentale contributo, di *tutti i passaggi di termini alla luce della loro esecuzione effettiva* (senza alcuna operazione arbitraria, come invece accadeva in Leibniz o in Newton). Marx in particolare nei due manoscritti del '81 è all'opera per svelare *dialetticamente* tutti i passaggi algebrici che portano all'operazione differenziale *effettiva*. Scrive Marx « se la variabile indipendente cresce da x a x_1 , allora la variabile dipendente cresce da y a y_1 ...

1) $y = ax$; se x cresce fino al valore x_1 , allora

$$y_1 = ax_1 \text{ e } y_1 - y = a(x_1 - x).$$

Se ora avesse luogo *l'operazione differenziale*, se cioè facessimo diminuire x_1 fino a x , allora risulterebbe $x_1 = x$; $x_1 - x = 0$ quindi $a(x_1 - x) = a \cdot 0 = 0$.

Inoltre, siccome y è diventato y_1 soltanto perché x è diventato y_1 , parimenti si otterrebbe ora $\dots 0 = 0$.

Porre prima la differenziazione e poi annullarla di nuovo porta dunque letteralmente al *nulla*. Tutta la difficoltà nella comprensione della operazione differenziale (come in generale in quella della *negazione della negazione*) sta proprio in ciò: nel vedere come essa si distingue da una semplice procedura di questo tipo e conduce a risultati effettivi ».

Marx nota immediatamente come il calcolo differenziale si sviluppa inizialmente attraverso un processo di *negazione della negazione*, cioè dialettico.

All'inizio la « variabile indipendente cresce da x a x_1 » e così y a y_1 giungendo alla differenza tra x_1 e x ; poi immediatamente questa verrebbe negata attraverso l'operazione differenziale vera e propria quando viceversa « facessimo diminuire x_1 fino a x ».

Per Marx il processo di *negazione della negazione*, che apre il calcolo²⁰, è *dialettico* e deve portare a risultati effettivi (ma-

Ibn Musā al-Khwarizmi che si vide, attraverso i secoli, trasformare il proprio nome in « algoritmo », che oggi appunto usiamo nel senso di « procedimento di calcolo ».

²⁰ Per Lombardo Radice Marx « riteneva essenziale andare in profondità nella questione della fondazione del calcolo differenziale, perché intuiva che quella era la via per chiarire la legge (generalissima) della 'negazione della negazione', per 'pensare meglio' non solo localmente ma globalmente ». (L. Lombardo Radice, *Dai « manoscritti matematici » di K. Marx*, in *Critica marxista*, quaderni n. 6, 1972, p. 277).

terialistici). Il suo punto di vista è *materialistico* (contro Hegel, orientato invece per una dialettica del calcolo differenziale con risultati non « effettivi » ma « evanescenti ») e *storico*, giungendo come sappiamo a tali conclusioni solo dopo la critica al *calcolo differenziale mistico* di Leibniz e Newton. Il punto di vista di Marx è in definitiva *materialistico storico-dialettico*. L'intero processo algebrico, che per Marx, solo può portare ad una chiarificazione completa del calcolo differenziale, si rivela sin dall'inizio un processo dialettico effettivo, un processo reale che per realizzarsi deve portare sempre più a rispettare algebricamente tutti i passaggi di termine nella loro esecuzione effettiva: un'esecuzione non sempre rispettata, come abbiamo visto nel passo precedente di Marx (di qui il « calcolo differenziale mistico »). Ad esempio, durante gli studi sul calcolo differenziale, era stato osservato che la velocità di variazione di un fenomeno in vicinanza di un *massimo* o di un *minimo* era insensibile; da questo P. de Fermat (1601-1665) deduceva una regola per determinare i *massimi* e i *minimi*: se $f(x)$ (per esprimersi in linguaggio moderno) è la funzione considerata, si ponga $f(x) = f(x + e)$; la differenza $f(x + e) - f(x)$ risulterà divisibile per e , e il quoziente, eguagliato a 0, dopo aver soppresso tutti i termini contenenti e , darà i valori x richiesti. Ma $f(x + e) - f(x) = 0$ non è che una equazione approssimata (*adaequatio*); e inoltre come giustificare la soppressione dei termini contenenti e ?

Marx giustamente vuole giungere al *simbolo differenziale* attraverso un *processo reale* che lo giustifichi, ricercando un procedimento di calcolo, un algoritmo che porti a far funzionare rigorosamente lo stesso simbolo e l'intero calcolo differenziale. Marx stava analizzando, ed era alla ricerca del *processo reale* ed effettivo che portasse alla *derivata della funzione*, ricercava l'algoritmo (cioè il procedimento effettivo di calcolo), tale da potergli consentire *in primis* di rispondere definitivamente se esiste la derivata di una data funzione, e in secondo luogo di poterla trovare effettivamente nel caso esista. A quanto pare un problema ancora senza una risposta completa! Basti pensare che ancor'oggi il concetto di *limite* non è ancora un concetto algoritmico e le attuali conoscenze matematiche portano a risolvere solo alcune classi di funzioni.

Marx richiedeva e cercava una rigorosa fondazione (algoritmica) del calcolo differenziale, problema che di lì a poco investirà l'intera matematica.

Soddisfare questa esigenza significava per Marx essenzialmente: analizzare *dialetticamente tutti i passaggi di termine alla luce della loro esecuzione effettiva*.

Abbiamo visto come Marx inizi la sua critica proprio muovendo dall'arbitrarietà di un calcolo differenziale che giunge *tout-*

court al simbolo differenziale $\frac{dy}{dx}$ senza rendere conto *alge-*

bricamente della sua origine. Ciò costituiva un'evidente scorrettezza matematica per Marx, ma soprattutto ciò rivelava il carattere mistico e idealista del *simbolo* in Leibniz e Newton.

Tale carattere era determinato soprattutto dalla superficiale sopravvalutazione, operata da Leibniz in particolare, dei *simboli di operazione* e dall'antiscientifica constatazione di un calcolo misterioso e « evanescente » come in Hegel²¹. Marx come prima operazione dialettica oppone al *simbolo di operazione*, artificioso nei mistici, il *processo reale*, che diviene così l'effettivo punto di partenza. Sappiamo che la via contraria a quella intrapresa da Marx non può portare che a un superficiale convenzio-

²¹ Hegel nella sua *Scienza della logica* discute del calcolo differenziale a proposito dello « svanire » dialettico del sensibile. La possibilità dello svanire del sensibile per Hegel dipende dalla assunzione in sede logica di un procedimento simile a quello dell'analisi infinitesimale (o almeno di una sua interpretazione). Per Hegel le grandezze infinitamente piccole sono grandezze che si determinano solo nel loro *sparire*. Hegel infatti scrive che contro questo concetto « è stato obiettato e poi sempre ripetuto che tali grandezze o sono qualcosa oppure non sono nulla; che fra l'essere e il non essere non si dà uno stato medio » (G.F. Hegel, *La scienza della logica*, Bari 1925, vol. I, p. 102). Per Hegel la grandezza infinita deve essere pensata come *quanta* e nello stesso tempo essere tolta come tale. Si trae a volte l'impressione leggendo la parte relativa al calcolo differenziale nella *Scienza della logica* che Hegel sia alle prese più che con il calcolo infinitesimale con quella che attualmente viene definita matematica del transfinito. Per Hegel si tratta di un infinitamente piccolo che cessa di esistere come quanto e tuttavia sussiste ancora nel suo dileguarsi; per un lato risulta reale, perché su di esso si misurano i rapporti; per l'altro svanisce perché, preso per sé, è il nulla. Di qui si origina l'idea di grandezze « evanescenti », relative al calcolo differenziale, che Hegel trae soprattutto da Carnot (*Reflexions sur la metaphysique du calcul infinitesimal*; v. a tale proposito V.I. Lenin, *Quaderni filosofici*, Milano 1958, pp. 106-108).

nalismo, la cui origine è infatti nell'arbitraria e mistica logica di Leibniz²². Il simbolo ha per Marx sempre un referente reale²³. Il referente diretto del simbolo dell'operazione differenziale è il *processo reale ed effettivamente algebrico*.

Tale *processo* inoltre è quello che gli fornisce realtà e dialettica²⁴. Marx definisce tale processo come reale in un senso mediato, in quanto tutti i sistemi formali, come la matematica, riflettono *mediamente* la realtà.

I sistemi formali non sono soltanto *induttivi*, ma nemmeno astrattamente indeterminati e solamente deduttivi (come certo convenzionalismo vuole). Già Engels, nella *Dialettica della natura*, richiama l'attenzione sulla necessità di collegare intimamente la *deduzione* con l'*induzione*. In tal senso la matematica, da un lato tende a riflettere (attivamente) la realtà esterna *inducendo* categorie, dall'altro lato a ordinarle *deduttivamente* attraverso una rigorosa catena assiomatica, volta ad eliminare i suoi interni possibili *paradossi*. Marx era all'opera per regolare deduttivamente il calcolo differenziale, e algebricamente ricercarne una più rigorosa fondazione; strada che la matematica moderna batterà sino ai giorni nostri.

L'esigenza di rigore esplicitamente espressa da Marx voleva

²² Il calcolo differenziale mistico leibniziano e i suoi simboli affondano certamente le loro radici nella intera riflessione filosofica e logica di Leibniz stesso. Scrive Geymonat che « alla ricerca di questi simboli il nostro autore fu senza dubbio sollecitato dalle idee che veniva elaborando in sede logica sulla *characteristica universalis* » (L. Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, vol. IV, Milano 1973, p. 615). Le conseguenze storiche sono enormi, basti pensare che l'algebra e la famosa notazione binaria di G. Boole (1815-1864) sono di diretta origine leibniziana (v. Leibniz, *Scritti di logica*, Bologna 1968, pp. 202-206); la struttura delle moderne calcolatrici elettroniche è basata proprio su tale logica, logica *eclettica e non dialettica* (cioè senza mediazioni), come dice Lenin, v. nota 29.

²³ Scrive Marx « L'evoluzione della società elabora, insieme al simbolo, anche il materiale ad esso sempre più corrispondente, da cui poi cerca di svincolarsi; un simbolo se non è arbitrario, richiede determinate condizioni del materiale in cui si esprime » (K. Marx, *Lineamenti fondamentali della critica dell'economia politica*, vol. I, Firenze 1968, pp. 81-82). Per cui i *processi reali* che determinano per Marx il simbolo dell'operazione differenziale sono l'effettivo presupposto materiale.

²⁴ Engels entrando direttamente nel merito della questione marxiana scrive che per tale via « il calcolo differenziale diede per la prima volta alla scienza naturale la possibilità di rappresentare matematicamente *processi* e non soltanto *stati: movimento* ». (F. Engels, *Dialettica della natura*, in *Opere di Marx ed Engels*, vol. XXV, Roma 1974, p. 552).

contrapporsi ad un uso arbitrario, da parte dei matematici idealisti, dei simboli stessi di operazione (nel calcolo differenziale), la sopravvalutazione dei quali aveva fermato da un lato una più rigorosa matematica e dall'altro un'analisi dialettica della stessa.

La denuncia e la critica di Marx al calcolo differenziale mistico di Leibniz e Newton è volta a ricercare da dove si originano algebricamente i risultati effettivi ai quali il calcolo differenziale porta, cioè ricerca dei processi effettivi e reali attraverso i quali si *forma* lo stesso calcolo differenziale²⁵.

L'intera discussione critica marxiana intorno al calcolo differenziale rimanda certamente al problema delle *forme*. Apprendiamo che il rimando marxiano all'algebra, per sciogliere il « mistero » metafisico relativo ai simboli di operazione del calcolo differenziale, è un ulteriore rimando alle *forme* costitutive del calcolo algebrico stesso²⁶. Il mistero del calcolo differenziale può sciogliersi solo osservando la *forma* che l'intero calcolo differenziale algebricamente, di volta in volta, assume attraverso i processi delle sue operazioni. Esattamente come accade nell'*enigma della merce*, scrive infatti Marx « di dove sorge dunque il ca-

²⁵ Per altro verso nella sua critica dell'economia politica Marx scrive « Questo scopo del processo, cioè che x venga trasformato in $x + \Delta x$, indica anche la strada che la nostra indagine dovrà seguire. L'espressione dev'essere la funzione di una grandezza variabile, o trasformarsi in una grandezza variabile nel corso del processo. A priori, in quanto *somma di denaro data*, x è una grandezza costante il cui incremento è quindi $= 0$. Nel corso del processo, essa deve trasformarsi in una altra grandezza contenente un elemento variabile. Si tratta di scoprire questo elemento e, nell'atto stesso, indicare attraverso quali mediazioni la grandezza originariamente costante divenga una grandezza variabile... E' risultato d'altra parte che, per trasformare x in capitale, cioè in $x + \Delta x$, occorre che il valore o la somma di denaro x sia trasformata nei fattori del processo di produzione e, prima di tutto, nei fattori del *reale processo lavorativo* ». (K. Marx, *Il Capitale: Libro I Capitolo VI inedito*, Firenze 1972, pp. 5-7). Nell'economia politica come nella matematica, attraverso mediazioni dialettiche, è necessario per Marx rendere conto del « reale processo lavorativo » e del « processo reale » algebrico.

²⁶ Marx investigando ulteriormente sulla natura dell'algebra e sulla nozione di elementi scrive che « Ogni composizione di certi elementi si chiama forma o complesso. La classe delle forme dipende dal numero dei suoi elementi, dunque per esempio 2, 3, 1, 4, 5 risulta essere una classe maggiore di quella di 2, 3, 5, 4. In caso di permutazione, combinazione e variazione ci si dovrà interessare:

a) di determinare regole fisse per la costituzione delle forme;

b) determinare il numero delle forme, senza rappresentarle tutte »

(K. Marx, *Matematicheskie rukopisi*, Mosca 1968, pp. 375-376).

rattere enigmatico del prodotto di lavoro appena assume *forma di merce?* Evidentemente, proprio da tal forma »²⁷.

E ancora « se si tien fermo soltanto a questo momento *materiale*, allo scambio di merce con oro, non si osserva proprio quel che si deve osservare, cioè quello che succede alla *forma* »²⁸. Le *forme* hanno per Marx un enorme importanza. E' nelle forme, ora economiche ora matematiche, che Marx più precisamente rintraccia e può ricostruire una dialettica materialistica.

Così nella matematica, e nel calcolo differenziale in particolare, solo le *forme algebriche*, il formarsi della stessa operazione algebrica suggeriscono a Marx, attraverso il processo di negazione della negazione, le ragioni di base per un corretto uso del *simbolo dell'operazione differenziale*. Il simbolo matematico, al pari di una categoria economica, ha bisogno di esplicitarsi necessariamente in una superiore *dialettica delle forme*, in un processo reale (algebrico), nella sua *memoria* per così dire, superando la fase di una precedente ed elementare *logica formale*²⁹.

Marx si sforza di mostrarci come un miglioramento della logica formale, ovvero la ricerca di una maggiore rigosità deduttiva all'interno del calcolo differenziale (obiettivo che aveva impegnato tutta la matematica del tempo e che informa ancora l'attuale) passa necessariamente attraverso un innesto *della dialettica delle forme*, e della sua conseguente logica, nella precedente logica formale. La tempesta provocata dall'immissione della nozione di *variabile* nella matematica è andata dunque a scuotere l'anima stessa della vecchia matematica: i suoi valori co-

²⁷ K. Marx, *Il Capitale, Libro primo* (I), Roma 1973, p. 85.

²⁸ *ivi*, p. 118.

²⁹ V.I. Lenin a proposito della logica formale scrive « La logica formale, alla quale ci si limita nelle scuole (e alla quale ci si deve limitare, con alcune correzioni, per le classi inferiori), si serve di definizioni formali, attenendosi a ciò che è, più consueto e che salta agli occhi più spesso e qui si ferma. Se, in questo caso, si prendono due o più diverse definizioni e si collegano in modo assolutamente casuale (cilindro di vetro e strumento per bere), si ottiene una definizione eclettica che si limita a indicare aspetti differenti dell'oggetto. La logica dialettica esige che si vada oltre. Per conoscere realmente un oggetto bisogna considerare, studiare tutti i suoi aspetti, tutti i suoi legami e le sue "mediazioni" ». (V.I. Lenin, *Ancora sui sindacati, la situazione attuale e gli errori di Trotski e di Bukharin*, in *Opere Complete*, vol. XXXII, Roma 1967, pp. 80-81).

stanti con i suoi simboli immobili e artificiosi. Marx vuol rimuovere dalla loro immobilità questi simboli, non ricorrendo a nuovi artifici o « stratagemmi », ma portando *l'elementare logica formale* verso una superiore *logica dialettica delle forme*.

Di qui, pensiamo, si origina parte di quel filone sotterraneo della *dialettica* marxiana vera e propria.

Ci sembra che gli ultimi sviluppi della stessa logica formale vengano in questa direzione, indicata da Marx, attraverso e soprattutto la moderna *teoria degli algoritmi*, che va certamente potenziata, proprio in senso dialettico e forse proprio sui presupposti forniti da Marx. Tale teoria attualmente sembra comunque orientata in tal senso, possedendo almeno due caratteristiche come suggerisce B.A. Trakhtenbrot:

« 1) *La natura deterministica degli algoritmi*. Un algoritmo deve essere dato sotto forma di una lista finita di istruzioni che specifichino il procedimento esatto da eseguire in ogni passo del calcolo. In altri termini, il calcolo non dipende da chi (o dalla macchina che) lo esegue; esso è un processo deterministico che può essere ripetuto con successo da chiunque e in qualunque momento.

2) *La generalità degli algoritmi*. Un algoritmo è un'unica lista di istruzioni le quali definiscono un calcolo che può essere eseguito su un insieme *qualunque* di dati iniziali e che in ogni caso fornisce il risultato corretto »³⁰.

Una *logica dialettica delle forme* diviene il presupposto per un superamento radicale della *logica formale*. Mao individua il problema quando scrive che « E' stato detto che la relazione tra la logica formale e la dialettica è simile alla relazione tra matematica elementare e matematica superiore. Ciò sarà da noi analizzato oltre. La logica formale si interessa della forma del pensiero e cerca di assicurare che non ci sia alcuna contraddizione tra gli stadi successivi in un argomento... La logica formale non si occupa però delle premesse maggiori: ne è incapace. Il Kuomintang ci chiama 'banditi'. 'I comunisti sono banditi', 'Chang San è un comunista', perciò 'Chiang San è un bandito' ».

³⁰ B.A. Trakhtenbrot, *Algoritmi e macchine calcolatrici automatiche*, Milano 1970, p. 11.

Noi diciamo 'Tutti quelli del Kuomintang sono banditi', 'Chiang Kai-shek è del Kuomintang', perciò diciamo 'Chiang Kai-shek è un bandito'. Ambedue i sillogismi sono in accordo con la logica formale. Attraverso la logica formale non si possono acquisire molte nuove conoscenze. Naturalmente si possono trarre inferenze, ma la conclusione è decisamente custodita in una premessa maggiore. Attualmente capita che alcuni confondono la logica formale con la dialettica. Ciò non è corretto »³¹.

E' sulla base di quelle che Mao definisce « premesse maggiori », o per dirla con Marx « processi reali », che è possibile indicare la strada per un superamento, anche all'interno di certo marxismo, di una presunta neutralità di certe scienze. Marx di conseguenza consegna tra l'altro al movimento operaio una preziosa scoperta: gran parte dell'egemonia culturale della classe dominante, in fin dei conti, si sostiene solo su inutili « stratagemmi » arbitrari e mistici, che solo la critica e il metodo materialistico storico-dialettico possono denunciare e superare.

Francesco Matarrese

³¹ *Mao-Tse-tung Unrehearsed*, London 1974, pp. 240-241.